



INSTITUCIÓN EDUCATIVA REPÚBLICA DE HONDURAS

Aprobada mediante Resolución No 033 del 21 de abril de 2003

SECUENCIA DIDÁCTICA No_4__

Generado por la contingencia del COVID 19

Título de la secuencia didáctica:

PROBABILIDAD 1 teoría de conjuntos

Elaborado por:

DANIEL URAZAN

Nombre del Estudiante:

Grupo:11

Área/Asignatura

MATEMATICAS/ESTADISTICA

Duración: 18

MOMENTOS Y ACTIVIDADES

EXPLORACIÓN

Durante el siglo XVIII, debido muy particularmente a la popularidad de los juegos de azar, el cálculo de probabilidades tuvo un notable desarrollo sobre la base de la anterior definición de probabilidad. Destacan en 1713 el teorema de Bernoulli y la distribución binomial, y en 1738 el primer caso particular estudiado por De Moivre », del teorema central del límite. En 1809 Gauss » inició el estudio de la teoría de errores y en 1810 Laplace, que había considerado anteriormente el tema, completó el desarrollo de esta teoría. En 1812 Pierre Laplace » publicó *Théorie analytique des probabilités* en el que expone un análisis matemático sobre los juegos de azar.

A mediados del siglo XIX, un fraile agustino austriaco, Gregor Mendel, inició el estudio de la herencia, la genética, con sus interesantes experimentos sobre el cruce de plantas de diferentes características. Su obra, *La matemática de la Herencia*, fue una de las primeras aplicaciones importantes de la teoría de probabilidad a las ciencias naturales

Desde los orígenes la principal dificultad para poder considerar la probabilidad como una rama de la matemática fue la elaboración de una teoría suficientemente precisa como para que fuese aceptada como una forma de matemática. A principios del siglo XX el matemático ruso Andrei Kolmogorov » la definió de forma axiomática y estableció las bases para la moderna teoría de la probabilidad que en la actualidad es parte de una teoría más amplia como es la teoría de la medida.

ESTRUCTURACIÓN

PROBABILIDAD

Es una medida del grado de certidumbre de que un suceso pueda ocurrir. Se suele expresar como un número entre 0 y 1 (o un porcentaje entre 0 % y 100 %), donde un suceso imposible tiene probabilidad cero y un suceso seguro tiene probabilidad uno.

Estudiemos los conceptos básicos de la probabilidad

ESPACIO MUESTRAL corresponde al conjunto de todos los posibles resultados de un experimento estadístico y será denotado por el símbolo S.

Algunos ejemplos sencillos son:

- Un experimento sencillo es el determinar si una bombilla opera (O) o no opera (N). Dado que hay dos posibles resultados, el espacio muestral de este experimento sería $S = \{O;N\}$.

El experimento de lanzar un dado tiene seis posibles resultados, por tanto el espacio muestral sería $S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

- Un experimento algo más complejo sería el de lanzar 3 veces una moneda. Al lanzar una moneda se puede tener "cara" C o "sello" S. En este caso se tendrían entonces $2^3 = 8$ posibles resultados: $S = \{CCC;CCS;CSC;CSS; SCC; SCS; SSC; SSS\}$. En general, enumerar el espacio muestral de un experimento es difícil. Si el experimento fuera lanzar la misma moneda 20 veces, se tendría entonces 1,048,576 posibles resultados!.

EVENTO: un evento es un subconjunto del espacio muestral:

Considere el experimento de responder un examen de 3 preguntas. Cada una corresponde a una afirmación donde el estudiante debe determinar si esta es verdadera (V) o falsa (F). Determine el espacio muestral y los eventos A: responder V en la segunda pregunta, B: responder F exactamente dos preguntas, y C: responder V en al menos una pregunta.

El espacio muestral corresponde a todas las posibles combinaciones (23) de las respuestas:

$S = \{V V V; V V F; V F V; V F F; F V V; F V F; F F V; F F F\}$. A continuación se muestran los eventos:

$$A = \{V V V; V V F; F V V; F V F\}$$

$$B = \{V F F; F V F; F F V\}$$

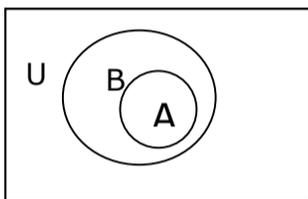
$$C = \{V V V; V V F; V F V; V F F; F V V; F V F; F F V\}$$

Los eventos son expresados como conjuntos, y por lo tanto, pueden ser expresados mediante operaciones de conjuntos. Por esta razón, revisaremos algunas operaciones entre conjuntos como el complemento, la unión, y la intersección. El complemento de un evento A con respecto a S es el subconjunto de todos los elementos de S que no están en A. Denotaremos el complemento de A por el símbolo

Los diagramas de venn permiten visualizar gráficamente las nociones conjuntistas y se representan mediante círculos inscritos en un rectángulo. Los círculos corresponden a los conjuntos dados y el rectángulo al conjunto universal.

Ejemplo:

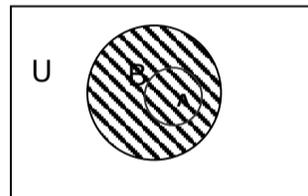
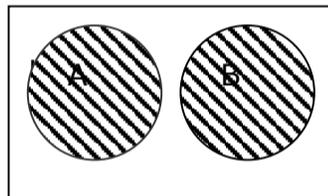
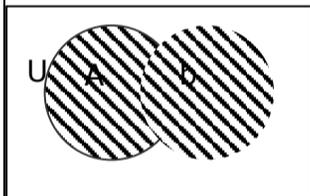
$$A \subset B$$



Unión de conjuntos: La unión de dos conjuntos A y B es un conjunto cuyos elementos pertenecen a A o a B.

$$\text{Notación: } A \cup B = \{x/x \in A \vee x \in B\}$$

Gráficamente:



Ejemplo

$$A = \{3, 4, 5, 8, 9\}$$

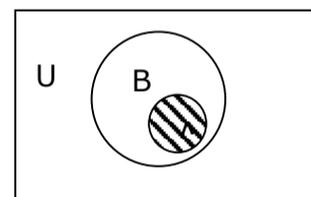
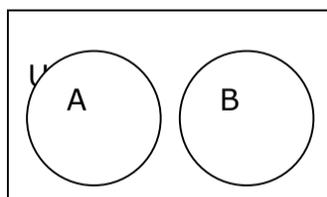
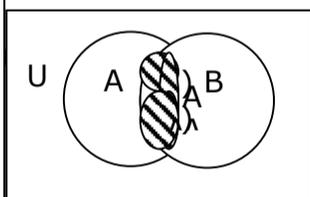
$$B = \{5, 7, 8, 9, 10\}$$

$$A \cup B = \{3, 4, 5, 7, 8, 9, 10\}$$

2.- **Intersección de conjuntos:** La intersección de dos conjuntos A y B, es un conjuntos cuyos elementos son comunes a A y B.

$$\text{Notación: } A \cap B = \{x / x \in A \wedge x \in B\}$$

Gráficamente:



Ejemplo:

$$A = \{7, 8, 9, 10, 11, 12\}$$

$$B = \{5, 6, 9, 11, 13, 14\}$$

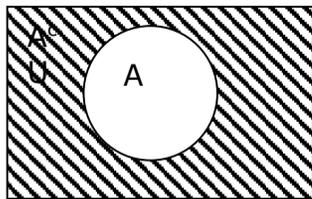
$$A \cap B = \{9, 11\}$$

3.- **Complemento:** El complemento de un conjunto A, son todos los elementos que no están en el conjunto A y que están en el universo.

Notación: $A^c = \{x / x \in U \wedge x \notin A\}$

$$A^c = U - A$$

Gráficamente:



Ejemplo:

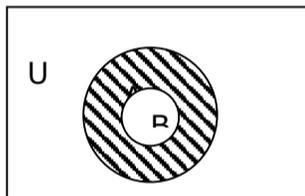
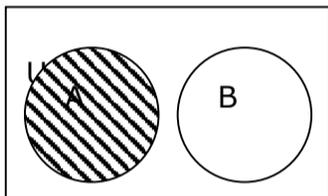
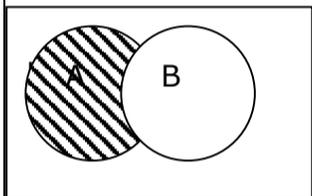
$$U = \{1,2,3,\dots,10\} \text{ y } A = \{3,4,6,7\}$$

$$A^c = \{1,2,5,8,9,10\}$$

4.- **Diferencia de conjuntos:** La diferencia de dos conjuntos A y B, es un conjunto cuyos elementos son aquellos que están en el conjunto A, pero no en el conjunto B.

Notación: $A - B = \{x / x \in A \wedge x \notin B\}$

Gráficamente:



Ejemplo:

$$C = \{u, v, x, y, z\} \quad D = \{s, t, z, v, p, q\}$$

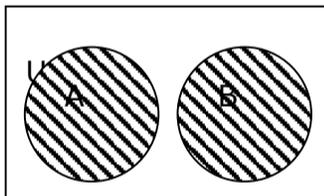
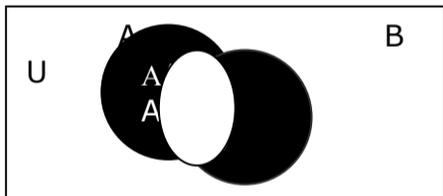
$$C - D = \{x, y, u\}$$

5.- **Diferencia Simétrica:** La diferencia simétrica de dos conjuntos A y B es un conjunto cuyos elementos son aquellos que están en A, pero no en B, unidos con aquellos que están en B, pero no en A.

Notación: $A \Delta B = \{x / x \in A \wedge x \notin B\} \cup \{x / x \notin A \wedge x \in B\}$

$$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$$

Gráficamente:



Ejemplo:

$$A = \{1,3,4,5,6,7,20,30\} \quad B = \{2,6,20,40,50\}$$

$$A \Delta B = \{1,3,4,5,7,30\} \cup \{2,40,50\}$$

$$A \Delta B = \{1,2,3,4,5,7,30,40,50\}$$

LEYES DE ALGEBRA DE CONJUNTO

- 1.- **Asociatividad:** $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$, $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
- 2.- **Conmutatividad:** $A \cup B = B \cup A$ $A \cap B = B \cap A$
- 3.- **Distributividad:** $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$, $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

4.- **Absorción:** $A \cup (A \cap B) = A$ $A \cap (A \cup B) = A$

5.- **Idempotencia:** $A \cup A = A$ $B \cap B = B$

Técnicas de conteo : Como se observó en algunos ejemplos anteriores, enumerar explícitamente los eventos de un experimento es una tarea imposible en términos generales. Cuando cada uno de los eventos en un espacio muestral tiene la misma probabilidad de ocurrencia, para calcular la probabilidad contamos el número de eventos del espacio muestral. A continuación estudiaremos uno de los principios fundamentales para el conteo de puntos muestrales:

Regla de la multiplicación: Si una operación puede ser realizada de n_1 maneras, y si para cada una de esas formas una segunda operación puede ser realizada de n_2 maneras, y para cada una de las dos primeras una tercera operación puede ser realizada de n_3 maneras, y así sucesivamente, entonces la secuencia de k operaciones Puede realizarse de $n_1 n_2 \dots n_k$ maneras

Ejemplo: ¿de cuántas formas se puede vestir una persona que tiene 3 pantalones y 3 camisas? Para vestirse, la persona se pone el pantalón y luego la camisa, es decir tiene $3 \times 3 = 9$ opciones diferentes de vestirse

Principio de la adición

Si un evento «A» se puede realizar de «m» maneras diferentes, y otro evento «B» se puede realizar de «n» maneras diferentes, además, si ocurre uno no puede ocurrir el otro, entonces, el evento A o el evento B, se realizarán de $m+n$ formas. Es decir, aquí ocurre A o ocurre B. El «o» indica suma.

Ejemplo: ¿de cuántas formas se puede cruzar un río, sabiendo que se dispone de 3 botes y 4 barcos?

El río se puede cruzar en bote o en barco, es decir, tiene $3 + 4 = 7$ opciones diferentes para cruzar el río. El río se cruza en bote o en barco.

TRANSFERENCIA

ESPACIO MUESTRAL

- Un experimento consiste en lanzar una moneda. Si se obtiene C, se lanza la moneda una segunda vez. De lo contrario, se procede a lanzar un dado. Ilustre el espacio muestral de este experimento
- Si $S = \{x / 0 < x < 12\}$; $M = \{x / 1 < x < 9\}$ y $N = \{x / 0 < x < 5\}$, encuentre:
 $M \cup N$;
 $M \cap N$;
 $M' \cap N'$
- Calcule el espacio muestral de lanzar dos dados
Del espacio muestral calcule los siguientes eventos
 - a. Que la suma de la cara de los dados sea divisible por 3
 - b. Que la suma de la cara de los dados sea un número primo
 - c. Que la diferencia entre los resultados de las caras de los dados sea menor o igual a 2

DIAGRAMAS DE VEN

- a. De 106 personas se sabe que los que hablan solo inglés son tantos como los que hablan inglés y francés y además los que hablan solo francés es la quinta parte de los que hablan inglés. Si 10 personas no hablan ninguno de estos dos idiomas, cuántos hablan solo francés.
- b. En una investigación hecha a un grupo de 100 estudiantes, la cantidad de personas que estudian idiomas fueron las siguientes: español, 28; alemán, 30; y francés, 42; español y alemán, 8; español y francés 10; alemán y francés 5; los tres idiomas 3.
 - a) ¿Cuántos alumnos no estudian ningún idioma?
 - b) ¿Cuántos estudiantes tenían el francés como único idioma de estudio?

Técnicas de multiplicación

1. A la hora de comprar un computador, se tienen 10 marcas disponibles, 2 tipos de disco duro, 3 tamaños de memoria y 1 tamaño de pantalla.
 - a. Cuántas maneras posibles hay de escoger un computador?
 - b. Cuántas maneras hay de escoger un computador de una marca específica?
2. Se desea crear un código usando los siguientes colores: Azul, Amarillo, Blanco, Rojo, Naranja, y Verde. Cuántos códigos se pueden crear?
3. Mario tenía mucha sed, así que fue a la panadería a comprar un jugo. Luis lo atiende y le dice que tiene en dos tamaños: grande y pequeño; y cuatro sabores: manzana, naranja, limón y uva. ¿De cuántas maneras puede Mario escoger el jugo?
4. Para ir de la ciudad A a la ciudad B existen tres caminos, de la ciudad B a la C existen cuatro, de la ciudad C a la D dos, ¿de cuántas maneras se puede ir de la ciudad A a la D, sin pasar por la misma ciudad más de una vez?
5. ¿Cuántas parejas diferentes se pueden formar con las letras a, r, m y los números 3, 5, 6 y 8, si primero va la letra y después el número?

AUTOEVALUACIÓN

1. ¿Qué aprendizajes construiste?
2. Lo que aprendiste, ¿te sirve para la vida? ¿Si/no; por qué?
3. ¿Qué dificultades tuviste? ¿Por qué?
4. ¿Cómo resolviste las dificultades?
5. Si no las resolviste ¿Por qué no lo hiciste?
6. ¿Cómo te sentiste en el desarrollo de las actividades? ¿Por qué?

RECURSOS

HIPERTEXTO SANTILLANA GRADO 9no
COLOMBIAPRENDE
CLASSROOM
VIDEOS DE YOUTUBE
Jay L. Devore. Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias,
Octava edición.
Cengage Learning, Julio 2011.

FECHA Y HORA DE DEVOLUCIÓN

De acuerdo a la programación institucional.